

遺伝的アルゴリズムの最適問題への応用

小野 俊彦 (情報工学科)

渡辺 玄 (情報工学科)

Application of Genetic Algorithms to Optimizing Problems

Toshihiko ONO (Department of Communication and Computer Engineering)

Gen WATANABE (Department of Communication and Computer Engineering)

Two examples of genetic algorithms applied to optimal problems are explained. The first one is the optimal selection of cutting length of bars by genetic algorithms. In this method, the combination of cutting length in a raw bar is determined by genetic algorithms to achieve the minimum amounts of scraps produced, keeping the amount of each kind of products in accordance with the order of customers, when raw bars of various length are cut to various finished products of different length. The second is the optimal determination of the location of supply centers and their dispatching amounts to their customers. Genetic algorithms determine these figures to make transportation cost minimum, keeping the total received amount of each customer to its demand.

Key words: *genetic algorithms, optimizing problem, optimal cutting control, optimal location*

1. ま え が き

遺伝的アルゴリズム (以下 GA) は Holland により 1975 年¹⁾ に提案されてよりすでに 20 年の歳月を経ているが、最近に至り関心が高まり各種の応用も図られつつある。比較的簡単なアルゴリズムながら構造化の困難な問題に適用して成果を挙げている。本論文では最適化の問題として 2 つを取り上げ、研究の結果を報告する。

第 1 のテーマは棒状粗材の最適切断への GA の適用である。各種長さの棒状粗材より各種所定長さの製品を切り出す際に、端材を最も少なくし、かつ製品の生産量を需要量に見合ったものとするための切断長さの組み合わせを決定する問題である。本問題は先にニューラルネットワークで解決する研究を発表した⁵⁾⁶⁾ が、今回はこれを GA にて実現した。

第 2 のテーマは配送センターの最適配置への GA の適用である。複数の需要地に対し複数の配送センターを設置して物品を供給する場合に輸送料金が最も経済的になる配送センターの位置と供給量を決定するものである。輸送料金は輸送量と距離の非線形関数で与えられるので、非線形計画問題となり一般には解を求め

るのが困難である。今回 GA を適用し、その性能をシミュレーションにより確認した。

2. 遺伝的アルゴリズム

ここでは以下に述べる各研究の説明に関連する事項を中心に述べる。GA は自然界における淘汰・発展の仕組みである適者生存、交配、突然変異を取り入れたコンピュータソフトであり、各種の問題に適用されている¹⁾²⁾。GA では図 1 に示すように一定数の個体よ

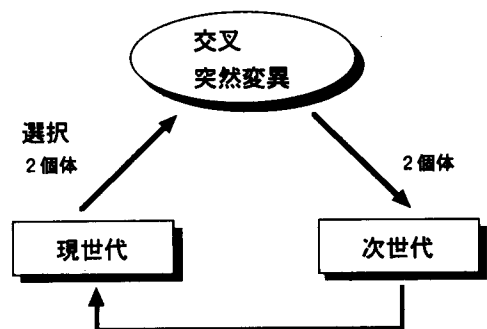


図 1 遺伝的アルゴリズム
Fig. 1 Genetic algorithms

りなる集団を考え、現世代の集団に選択、交叉、突然変異の3操作を行って次世代を作り出す。これを繰り返すことにより当初のランダムな個体からなる集団がやがて優れた個体よりなる集団に移行し、最適解が得られる。以下ではGAの応用において考慮すべき事項を述べる。

1) 各個体の遺伝子表現：取り扱う問題に応じてビット、整数、浮動小数点などの各種の表現が使用されているが、今回はビット表現を採用した。ビットで表した遺伝子を問題に適したように区分した2進数群として各種の特性値を表現する。この表現法は最も少ない遺伝子座数で個体の特性値を表現でき、交叉などにも適している。この遺伝子により表現された数値よりつぎの選択のための適応値を求める。

2) 選択：優れた個体を次世代に残すために選び出す操作であり、今回はルーレットホイール方式を採用した。この方式では各個体をその適応値に比例した確率で集団のなかから選び出す。これは優れた個体間で交叉を行うことによりさらに優れた個体が得られるとの仮説に基づくものであるが、必ずしも常に成立するとは限らない。したがって確率を用いて適応値の低いものも少しは残すようにしている。選択の方法にはこのほかエリート方式、トーナメント方式⁴⁾なども研究されているが今回は採用しなかった。

3) 交叉：2つの個体の遺伝子の一部を交換することにより、それぞれの優れた形質を持った個体を生み出す狙いがあり、その理論的背景にはビルディングブロック仮説²⁾がある。前述のように遺伝子は各種の要素から成り立っており、交叉により両者の優れた要素を持った個体が生み出されるとの考えに基づく。しかし一般には各種の要因がからみ合っており、単純に結論づけることは難しい。今回の問題もその種のものであったがシミュレーションなどからみて交叉の有効性は確認されている。交叉法としては1点交叉、2点交叉、多点交叉など各種の方法が研究されており、今回のシステムでは1点交叉と2点交叉の両法を採用した。

4) 突然変異：自然界に例をみるように突然変異も必要である。GAにおいても選択と交叉のみではやがてある極大(極小)解に陥り、目的とする最大(最小)解に到達できない場合も生ずる。これを救うのが突然変異であり、ある確率値を与えて各遺伝子を変化させている。例えばビット表現の場合はビットを反転させている。

GAの設計パラメータとしては上記のほか交叉確率や突然変異確率、集団の大きさ(個体の数)などがある。理論面の研究も進められているが、現在のところは個々のシミュレーションにより決定する方法を採用している。

3. 棒材の最適切断への応用

3.1 問題の設定

ここで取り上げる問題は各種長さの棒状粗材より各種所定の長さ棒状製品を切り出す際の最適切断方式の決定に関する問題である。このような例は図2に示す製鉄所における棒鋼製品の生産にみられる。

この最適化の問題はつぎの二つに分けて考えることができる。

1. 一本の粗材における最適化
2. 全粗材における最適化

まず粗材の長さはそれまでの工程での作業において発生したスクラップにより一定しない。また製品の長さとその需要量は需要先より決まり種々の組み合わせがある。一本の粗材より製品を切り出す際、製品の組み合わせによっては多量の端材すなわちスクラップが発生する。したがってこの端材を最小にする組み合わせを求める必要がある。これが第1の最適化である。

つぎにこのようにして各粗材の最適切断を行ってゆくと特定の製品に偏って生産される恐れがある。製品の本数は需要量に見合ったものとする必要があり、少なくとも生産の最終段階においては生産された製品の本数は需要量に合致したものでなければならない。これが第2の最適化である。

一般に両者を同時に満足させることは困難であり、トレードオフを必要とする。本研究はこの難しい問題

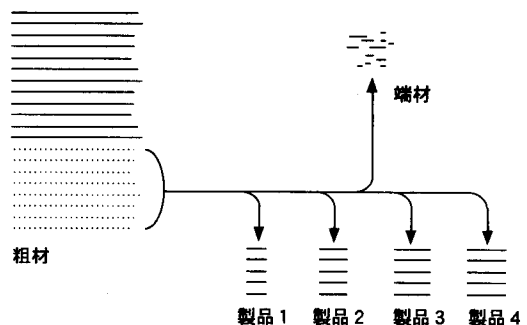


図2 棒材の切断状況
Fig. 2 Cutting of bars

を GA を用いて解くことを目的としている。

3.2 システムの構成

GA により最適問題を解くには、まず問題を適当な遺伝子に表現し、それに基づいて適合値を求め、それを最大にするように遺伝子操作を行う必要がある。

1) 遺伝子表現：本問題においては、各粗材より切り出す各製品の本数が求める解になるので、各個体の遺伝子表現は図 3 に示すように、各製品種別ごとの本数を 2 進数で表したものとす。このほかのデータとしては、各製品種別ごとにその長さ、これまでの全切断本数、目標の生産比率などがある。なお製品の生産目標はここでは各製品間の生産総本数の比率としている。

2) 適合値：各個体の適合値を求めるための適合関数はつぎのものから成り立っている。

1. 各粗材の端材の長さを最小にすることを目的とした適合関数： $F_1(k)$
2. 製品種別間の本数のバランスを目標値にすることを目的とした適合関数： $F_2(k)$

したがって全体の適合関数は各々に重みをつけて

$$F(k) = a(k)F_1(k) + b(k)F_2(k) \quad (1)$$

として表すことができる。ここで k は粗材の順番を、 $a(k)$ 、 $b(k)$ は両適合値間の比重を定めるものである。まず $F_1(k)$ についてはつぎのように表せる。

$$F_1(k) = f_1(\Delta L(k)) \quad (2)$$

$$\Delta L(k) = L(k) - \sum_{i=1}^N L_i n_i(k) \quad (3)$$

ここで $L(k)$ は粗材の長さ、 N は製品の種類の総数、 L_i 、 $n_i(k)$ 、 $i=1, \dots, N$ はそれぞれ各製品の長さとお断本数を表す。したがって $\Delta L(k)$ は端材の長さを表し、非負 ($\Delta L(k) \geq 0$) でなければならない。端材を最小にする目的より $f_1(x)$ は $x=0$ で最大となる非負の減少関数である必要がある。このような関数としては各種考えられるが、ここでは設定の容易さよ

り $f_1(x) = \exp(-c_1 x^2)$ を採用した。

つぎに $F_2(k)$ については生産比率の平衡をとる目的からつぎのように定めた。

$$F_2(k) = \sum_{i=1}^N f_2(\Delta r_i(k)) \quad (4)$$

$$\Delta r_i(k) = \frac{r_i}{\sum_{j=1}^N r_j} - \frac{p_i(k) + n_i(k)}{\sum_{j=1}^N (p_j(k) + n_j(k))} \quad (5)$$

ここで r_i 、 $p_i(k)$ 、 $i=1, \dots, N$ はそれぞれ各製品の目標生産比率およびこれまでの工程での総生産本数を表す。したがって $\Delta r_i(k)$ は今回の切断本数を $n_i(k)$ としたときの目標比率からのずれを表している。関数 $f_2(k)$ は $f_1(k)$ と同様に非負の減少関数である。

つぎに係数 $a(k)$ 、 $b(k)$ について考える。これは $F(k)$ に対する $F_1(k)$ 、 $F_2(k)$ の比重を表している。各粗材の長さはあらかじめ分かっていないので、次々にやってくる粗材の長さに応じて最適切断を行ってゆく必要がある。しかし少なくとも生産の最後すなわち所定の粗材本数の切断を終えたときには各製品の生産比率は目標値になっている必要がある。したがって生産の初期段階では端材最小を重視し、最終段階では生産の平衡に重きを置く傾斜方式を採用した。このため $a(k)$ は最初は大きく設定し、生産の進行に応じて小さくし、 $b(k)$ は逆の変化をするように設定している。この設定のパターンを如何に設定するかは粗材の長さのパターンが不明であることから理論的に求めることはできないので、シミュレーションの結果を参考に決めていく。今回は粗材本数に応じた線形変化としたが、シミュレーション結果は良好であった。

3) 遺伝的操作：種々の方式が研究されているが、今回は最も基本的なシンプル GA 方式を採用した。すなわち

1. 次世代のための個体の選択方式はルーレット方式とし、適合値に比例した確率で選択した。
2. 交叉方法は 1 点交叉法を採用した。
3. 突然変異はあらかじめ一定の確率を与えて行った。

図 4 に今回実施したシミュレーションのフローチャートを示す。各粗材ごとに GA により各製品の切断本数を求める。1 本の粗材の決定が終わり、つぎの粗材に移るときには $p_i(k)$ 、 $a(k)$ 、 $b(k)$ などのパラメータを再設定し、つぎの GA を行う。こうしてすべての粗材の計算が終了したら、最終結果を打ち出し性能の検証を行う。

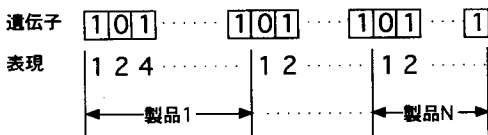


図 3 棒材用遺伝子の構成

Fig. 3 Composition of genes for bars

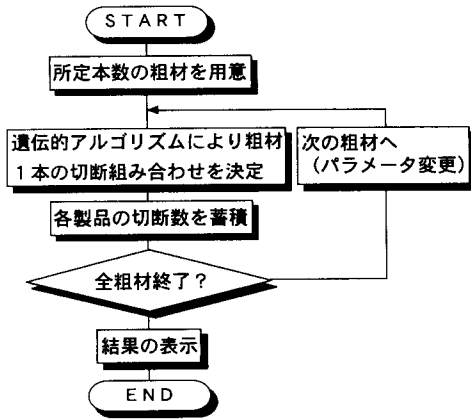


図4 棒材切断のフローチャート
Fig.4 Flow chart for bar cutting

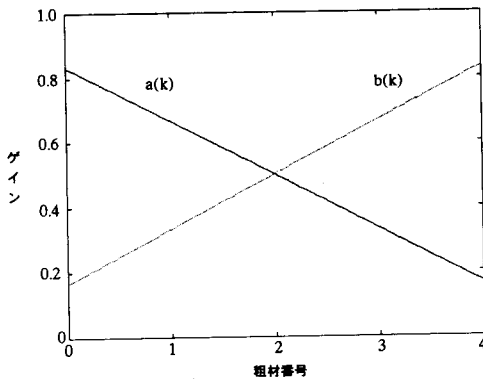


図5 重み関数 $a(k)$, $b(k)$ のパターン
Fig.5 Pattern of weighting functions $a(k)$ and $b(k)$

3.3 シミュレーション結果と検討

本システムの目的である最適性能すなわち端材最小と生産平衡の両要求に対する性能を調べ、かつニューラルネットワーク方式と比較するために、これと同一の粗材、製品仕様にてシミュレーションを行った。その方法はこれらの目的を考え以下のとおりである。

1. 粗材1本についての最適化を行った場合：これは端材最小の性能をみるためのもので、適合関数 $F(k)$ にて $b(k)=0$ とし、 $F_1(k)$ のみを用いた。
2. 生産全体の最適化の効果をみた場合：端材最小と生産平衡の両性能を比較するためのもので、生産比率を種々変えて、その様子調べた。

シミュレーションに使用した粗材・製品の仕様は表1に、各種パラメータの設定値は表2に、そして $a(k)$, $b(k)$ のパターンは図5にそれぞれ示す。

表1 粗材、製品の仕様

Table 1 Specifications of raw and finished bars

粗材	製品			
	長さ (m)	目標比率 (%)		
		SM-1	SM-2	SM-3
123	12	—	25.0	33.3
147	19	—	25.0	33.3
214	28	—	25.0	16.7
258	31	—	25.0	16.7
458				

表2 最適切断用 GA のパラメータ値

Table 2 Parameter values for optimal cutting

集団数	50
交叉確率	0.1
突然変異確率	0.1

表3 1本の粗材の最適切断

Table 3 Optimal cut for each bar

		1本目	2本目	3本目	4本目	5本目	合計	比率 [%]	
粗材 [m]		123	131	137	145	151	687	目標	結果
製品 切断 本数	11m	5	0	2	2	1	10	—	23.3
	13m	1	1	3	1	3	9	—	20.9
	17m	2	2	2	4	1	11	—	25.6
	21m	1	4	2	2	4	13	—	30.2
端材 [m]		0	0	0	0	0	0	—	100.0

表4 全粗材についての最適切断-1
Table 4 Optimal cut for all of bars-1

		1本目	2本目	3本目	4本目	5本目	合計	比率[%]	
粗材 [m]		123	131	137	145	151	687	目標	結果
製品 切断 本数	11m	3	1	2	3	2	11	25.0	25.0
	13m	1	2	3	4	1	11	25.0	25.0
	17m	2	3	2	1	3	11	25.0	25.0
	21m	2	2	2	2	3	11	25.0	25.0
端材 [m]		1	1	0	1	2	5	100.0	100.0

表5 全粗材についての最適切断-2
Table 5 Optimal cut for all of bars-2

		1本目	2本目	3本目	4本目	5本目	合計	比率[%]	
粗材 [m]		123	131	137	145	151	687	目標	結果
製品 切断 本数	11m	3	3	2	5	4	17	33.3	35.4
	13m	4	2	3	4	2	15	33.3	31.2
	17m	1	3	2	1	1	8	16.7	16.7
	21m	1	1	2	1	3	8	16.7	16.7
端材 [m]		0	0	0	0	1	1	100.0	100.0

表3は各一本ごとの粗材に関して最適切断を行った場合の結果を示しており、端材の長さは0となっている。表4と表5は生産全体を考えた最適切断を行った場合で、表に示すように目標生産比率を考慮してシミュレーションを行った。いずれも生産比率をほぼ目標値に保ちながら端材の長さを小さくできている。もちろん一本の粗材の最適切断を行った場合に比して端材の長さが長くなっているのは、生産の平衡とのトレードオフの結果であり、致し方ないことである。

さきにニューラルネットワークにより同様の最適切断を行う方式⁵⁾⁶⁾を研究したが、そのときの性能と比較してよい結果を得ることができた。またニューラルネットワーク方式では極小解に悩まされたが、GAではこの面でも有利である。特にこの種の問題のように多数の極小解が存在する場合にはGAが適していると考えられる。

4. 配送センター選定問題への適用

4.1 問題設定

ここで取り扱う配送センター選定問題は、配送センターの位置を適正に定めることにより、物流における輸送コストをできるだけ小さく抑えようと試みる最適

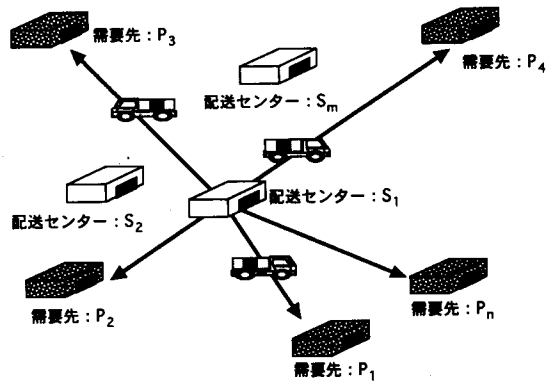


図6 配置例
Fig.6 An example of location

化問題である。すなわち特定の位置にある複数個所の需要先に対し複数個所の配送センターを設置する場合に、輸送コストを最小にする位置を決定することである。ここでは図6に示すようにn個所の需要先 P_1, \dots, P_n に対し、m個所の配送センター S_1, \dots, S_m を設置する場合を考え、その輸送コスト c_{ij} は輸送量と距離により決まるのでつぎのように表す。

$$c_{ij}=f(z_{ij}, d_{ij}) \quad (6)$$

$$i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$$

ここで z_{ij} は配送センター S_i から需要先 P_j へ配送量を表し、 d_{ij} は配送センター S_i と需要先 P_j との距離を表す。本研究では輸送コストのモデル $f(*, *)$ を次式のように設定した。

$$f(z_{ij}, d_{ij})=a(d_{ij}+b)z_{ij} \quad (7)$$

つまり輸送コストは輸送距離 d_{ij} に定数 b を加えたものと配送量 z_{ij} との積により決定されるものとする。ここで a は輸送コスト計算のための係数を、 b は距離に関係しない要因に基づく定数項、たとえば荷積み、荷降ろしなどのコストを表す。

配送センターの S_i の座標を (x_i, y_i) 、需要先 P_j の座標を (u_j, v_j) とすれば、輸送距離 d_{ij} はつぎのようになる。

$$d_{ij}=\sqrt{(x_i-u_j)^2+(y_i-v_j)^2} \quad (8)$$

したがって次式を満足する x_i, y_i, z_{ij} を求めることにより、コストを最小にする配送センターの位置と各需要先への配送量の組み合わせを求めることができる。

$$\min_{z_{ij}, x_i, y_i} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\sqrt{(x_i-u_j)^2+(y_i-v_j)^2} + b)z_{ij} \quad (9)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^m z_{ij}=q_j$$

$$i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$$

ここで q_j は各需要先 P_j の要求する配送量を表している。なお上式では各配送センターの発送総量には制約を与えていないが、この量に規定がある場合に拡張することも容易である。

4.2 GAの適用にあたって

GAを適用するに当たって検討すべき事項の遺伝子の構成、適合関数、遺伝的操作について以下順に説明する。

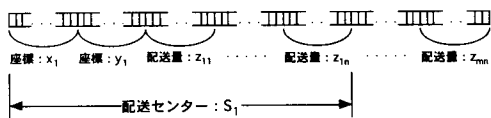


図7 配送センター用遺伝子の構成

Fig.7 Composition of genes for transportation centers

1) 遺伝子の構成：本研究では各配送センターの位置および各配送センターから各需要先への配送量を求めるので、各個体はこれらの情報の遺伝子を持つことになる。この遺伝子は図7のように設計した。各配送センターの位置の x, y 座標および各需要先への配送量は2進数にて表現している。したがって各個体の遺伝子座の数 $\alpha(m, n)$ はつぎのようになる。

$$\alpha(m, n)=m(n+2) \quad (10)$$

2) 適合関数：本システムでの最適化は、全配送センターから各需要先への配送量の総量を各需要先の要求量と等しくする制約条件のもとで全輸送コストを最小にすることであるので、この両者を総合した次式のような目的関数 $Obj(*)$ を最小にすることを考える。

$$Obj(X_k)=A \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\sqrt{(x_i-u_j)^2+(y_i-v_j)^2} + b)z_{ij} + B \sum_{j=1}^n (q_j - \sum_{i=1}^m z_{ij})^2 \quad (11)$$

式において第1項が輸送コスト、第2項が配送量の過不足に関するものである。目的関数 $Obj(*)$ の最小化においては、制約条件の満足とコスト最小とをどのようにバランスさせるかは難しい問題であり、これを調整する目的で係数 A, B を導入している。この値を理論的に決定することは現時点では難しいのでシミュレーションの結果を参考にして決定している。なお式において X_k は各個体を表す。この目的関数より適合関数を導く。上式より分かるように最適状態では目的関数は最小になるが、適合関数は逆に最大にする必要があるため、目的関数が減少するにしたい増加する正值関数としている。

3) 遺伝的操作：個体の選択操作は適合値に応じて確率的に淘汰増殖処理を行うルーレットホイール方式を採用した。つぎに交叉操作は2点交叉法を用いている。これはランダムに2点を交叉点として選び、この2点間で交叉を行うものである。また突然変異は一定の確率値でビットを反転させる方法としている。

4.3 シミュレーションの結果と検討

本システムの性能を検証するために実施したシミュレーションの一例とそれに関する検討結果を述べる。

このシミュレーションでは 63×63 の正方領域において、表6に示す種々の要求量を持つ5個所の需要先に対して配送センターを2個所設置する場合の最適配置を求める。

まず遺伝子の構成については、各配送センターは $x,$

表6 最適配置決定のための制約条件
Table 6 Boundary conditions for optimal layout of centers

需要先	x座標	y座標	要求量
P_1	15	29	12
P_2	23	12	9
P_3	30	51	11
P_4	45	19	10
P_5	53	44	13

表7 最適配置用GAのパラメータ値
Table 7 Parameter values for optimal layout

b	1.0
A, B	1.0, 100.0
集団数	200
交叉確率	0.6
突然変異確率	0.001

表8 配送センターの最適配置
Table 8 Optimal layout of centers

配送センター	x座標	y座標	配送量 z_{ij}				
			P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
S_1	35	41	5	2	9	5	7
S_2	29	24	7	7	2	5	6

総コスト 1.106856e+03

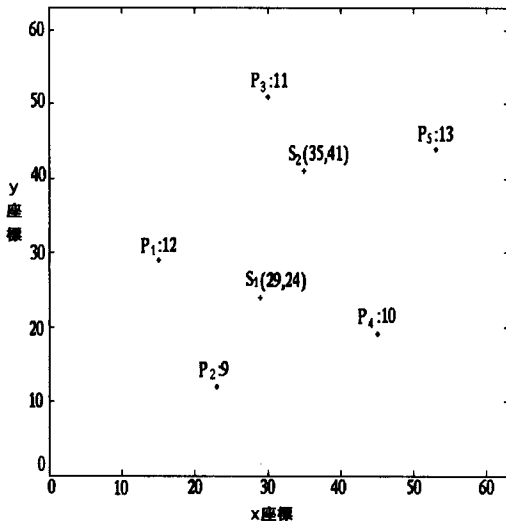


図8 シミュレーション結果のレイアウト
Fig. 8 Layout of centers gained by simulation

y座標および各需要先への配送量 z_{ij} の情報をもつので、その遺伝子は x, y座標を表すのに各6ビット、配送量 z_{ij} に20ビットの合計32ビットを必要とし、2個所の配送センターに対しては64ビットとなる。

シミュレーションは表7に示すパラメータ値にて行った。ここで b, A, B は前出の式(1)中の記号を示す。表8にこのシミュレーションより得られた各配送センターの位置と配送量を示し、図8はこれらを図示している。図中の数字は配送センターでは座標、需要先では各要求量を示す。

図9は世代経過にともなう各世代までの目的関数の最良値と各世代における目的関数の平均値とをプロットしたものである。初期の世代では最良値と平均値との差は大きいですが、世代が経過するにしたがってその差は小さくなっており、このことは個体集団が世代の進行に応じて収束してくることを示している。さらにその収束速度も早く200世代前後ではほぼ安定状態すなわち最適状態に達している。

ここで問題になるのは、こうして得られた解が果たして最適解であるか否かである。その検証のためには各配送センターの配送量と位置のすべての組み合わせから最適解を求める必要がある。その計算量を正確に求めることは難しいが、概算では、制約条件を考えない場合で 2^{64} すなわち約 10^{19} 回の計算量となり、実際はそこまでの必要はないとしても多量の計算量であることは確かである。したがって、ここではつぎの2つの

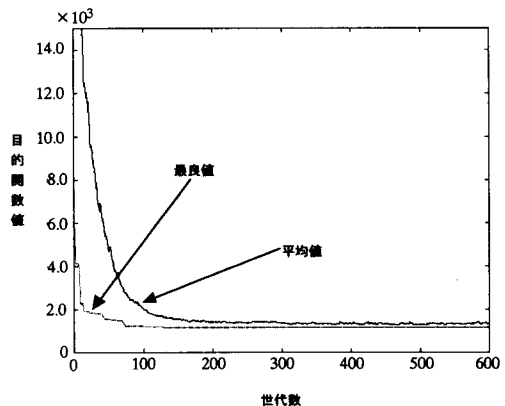


図9 目的関数値の世代による変化
Fig. 9 Variation of object function values according to generation

方法で検証を行なった。まず第1の検証として、配送量をシミュレーションより得た値に固定し、位置に関して列挙的方法、すなわち配送センターの取り得るすべての位置でのコストを調べた結果、コストを最小とする配送センターの位置がGAより得た値の位置と合致した。第2の検証として、配送量の組み合わせをシミュレーションより得た近傍で変化させ、上記と同様の方法で最適解を求めた結果、いずれもGAより得た解より輸送コストが大きいものになった。これらの結果よりGAで得た最適解が信頼できるものと考えられる。

5. あとがき

本研究では棒状粗材の最適切断、配送センターの最適配置の二つの最適問題にGAを適用し、その結果をシミュレーションにより検証した。前者についてはさきにニューラルネットワークにより同様の目的を行う研究も行ったので、それとの比較も行ってみた。これらよりみるとGAは意外により成績を示すことが判明した。もちろんGAとて万能ではないが、従来の方式では解けないような問題でも問題に応じて的確な遺伝子表現ができれば比較的簡単に解くことができる。今回の研究を基に現在その適用範囲を広げてさら

に研究を進めている。なお本研究は卒業研究の一部としても行っており、谷口祥子君らの協力も得た。ここにその努力に謝意を述べる。

参 考 文 献

- 1) J. H. Holland: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, 211p, 1975
- 2) D. E. Goldberg: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Pub. Co., 412p, 1989
- 3) Z. Michalewicz: *Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs*, Springer-Verlag, 250p, 1992
- 4) 北野編: *遺伝的アルゴリズム*, 産業図書, 328p, 1993
- 5) 小野: *ニューラルネットワークによる最適切断制御*, 福岡工業大学言語情報工学研究所集報, 第3巻, pp.53-59, 1992
- 6) 小野: *棒材の切断における最適組合せへのニューラルネットワークの応用*, 電気学会論文誌D, 113巻, 12号, pp.1371-1377, 1993
- 7) 小野, 渡辺: *遺伝的アルゴリズムによる最適切断組合せの決定*, SICE九州支部学術講演会予稿集, pp.173-174, 1994
- 8) 小野, 渡辺: *遺伝的アルゴリズムを用いた棒材の最適切断組み合わせ*, 電子情報通信学会総合大会論文集—情報・システム1, pp.240, 1995

(平成7年5月31日 受付)