Java による万華鏡プログラム (視線追跡法-1)

小野俊彦

平成 16 年 11 月

1　まえがき

万華鏡のアルゴリズムとして先に反射像追跡法によるものを作成したが，この方式は鏡が正三角形配置の万華鏡や鏡が 2 枚のものには適用できるが，鏡が二等辺三角形配置の一般のものには適用できない．このような万華鏡のアルゴリズムとしてここに述べる視線追跡法-1 によるアルゴリズムを完成したので，ここに紹介する．このアルゴリズムは矩形状の鏡より成立った万華鏡に適用するもので，台形の鏡より成立った入り口と出口で径が異なる万華鏡には適用できない．それに対しては別に視線追跡法-2 として作成しているので，そちらを適用する．この方式 2 は勿論矩形鏡にも適用できるがアルゴリズムが複雑になり，計算時間を要するので，ここで述べる方法の方が適している．

2　基本的な考え

万華鏡では対象の画像が鏡で反射を繰り返した後に目に達してその像を見ている．これは一意に逆も成り立つ．即ち，目に入射した光の方向に目から光のビームを出すと，逆の経路をたどり，同じ像に到達する．この考えに基づいたのがここで述べる方法である．

本方法では目から視線方向に光のビームを出してそれが鏡で反射を繰り返した後に万華鏡を出て対象の画像を照らした場所のイメージを視線方向でみる万華鏡のイメージとする．そのためには光が鏡の間での反射によりどのように進行するかを数式化すればよい．

3　反射の様式

万華鏡の座標軸を筒の中心方向を Z 軸とし，それと直交する方向を X および Y 軸として数式化する．なお原点は目側の筒の中心とし，Z 軸の正は筒の出方向とする．目から出た視線は最初の鏡で反射し，以降は鏡から鏡への反射を繰り返し，視線が筒の外に出るまで続ける．視線をベクトルで表し，視線ベクトルと呼ぶことにして，この視線ベクトルが反射によりどのように変化するかを考える．

先ず視線ベクトルの Z 成分を考えると鏡が Z 軸に対して平行であるので，その勾配（X-Y 平面での進行方向の変化に対する Z 方向の変化）は反射によっては変化せず最初の値を保つ．従って，反射は Z 軸方向とそれと直交する X-Y 平面とに分離して考えればよく，2 次元問題として扱うことができる．まず視線追跡のための基本的な数式を述べる．

まず横軸を X 軸とする X-Y 平面の反射を考える．その状況を図 1 に示す．記号を図に示すように，鏡の角度を α，入射光の角度を β，反射光の角度を γ とすると，反射の原則：入射角と反射角が等しいという原理より次式が成立つ．

$$\gamma = 2\alpha - \beta \tag{1}$$

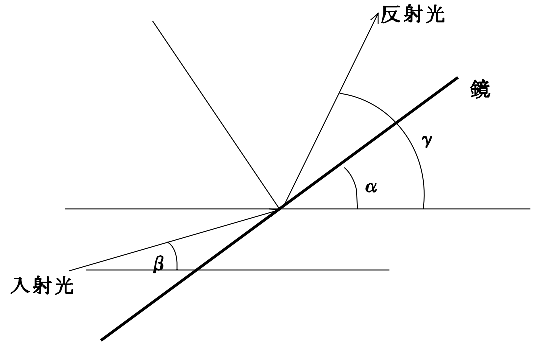

図 1: 鏡による反射

この式を勾配で表すため，それぞれの正接で表すと次式になる．

$$\tan\gamma = \tan(2\alpha-\beta) \tag{2}$$

$$= \frac{2\tan\alpha-(1-\tan^2\alpha)\tan\beta}{1-\tan^2\alpha+2\tan\alpha\tan\beta} \tag{3}$$

従って，鏡の勾配を g_m，入射視線の勾配を g_1 とすると反射視線の勾配 g_2 は次式で表される．

$$g_2 = \frac{2g_m-(1-g_m^2)g_1}{1-g_m^2+2g_mg_1} \tag{4}$$

つぎに点 $P1(x_1,y_1)$ から出た視線がつぎの鏡に到達する点 $P2(x_2,y_2)$ を求める．これは鏡と視線を表す直線の交点であるので，以下のように簡単に求まる．鏡の式を

$$y = g_mx + b_m \tag{5}$$

とし，入射視線の式を

$$y = g_1x + b_1 \tag{6}$$

とすると，両式を等しいと置き，かつ入射視線は点 P_1 より発しているので，交点の座標 (x_2,y_2) はつぎのように求まる．

$$x_2 = \frac{b_m-b_1}{g_1-g_m} \tag{7}$$

$$y_2 = \frac{g_1b_m-g_mb_1}{g_1-g_m} \tag{8}$$

$$b_1 = y_1-g_1x_1 \tag{9}$$

ここで点 $P1$ は最初の反射では目の位置であるが，2 回目以降の反射は前回求めた位置 $P2$ となる．

つぎに Z 軸方向の視線の動きを考える．まず視線ベクトルの Z 軸方向の勾配は次式で表すことができる．

$$g_z = \frac{\Delta z}{\Delta s} = \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}} \tag{10}$$

この勾配は最初の視線で決まる初期値がそのまま保たれる．従って，筒の長さを L，点 P_1 での Z の値を z_1 とすると，視線が万華鏡を出たことの判定条件は次式で表すことができる．

$$z_2 = z_1 + \sqrt{(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2}g_z \tag{11}$$

$$mbox\ もし\ z_2 \geq L\ なら万華鏡をでた． \tag{12}$$

4　視線追跡法

前章で述べた数式を用いて，視線追跡をつぎのように行うことができる．まず目の位置の座標と視線を入射側の座標 (x_1, y_1) 及び勾配 g_1 の初期値として与え，鏡の勾配 g_m と原点 b_m を用いてつぎの反射点の座標 (x_2, y_2) とその勾配 g_2 を式 (7) − (9)，(4) を用いて求める．この際，3 個の鏡の内どの鏡で反射するかは各鏡の境界条件を用いて判定する．

2 回以降の反射は前回の反射で求めた座標及び勾配を入射側として上記と同じ方法で逐次的に計算を行い，式 (12) の条件を満足したら計算を中止し，その時点での座標より対象画像のピクセル値を求める．反射する鏡の判定については 2 回目以降は鏡から鏡の反射であるので他の 2 個の鏡だけでよい．

以上の計算を万華鏡の視界のすべてのピクセルについて行う．

鏡が 2 個の万華鏡の場合は同様に 3 個の鏡として扱い，鏡でない場所に視線が来たら，そこで計算を終了させるようにすればよい．